

- (1) Gegeven zijn gehele getallen a, b, x, y, z, w , die voldoen aan $xa + yb = 477$ en $za + wb = 563$. Wat kan je op grond van deze gegevens zeggen over $\text{ggd}(a, b)$?
- (2) Gegeven het gehele getal $x = 2^{2011}$. Bereken een gehele n met $0 < n < 100$ zodat zowel $3|(x + n)$ als $5|(x + n)$ als $7|(x + n)$ geldt.
- (3) Stel dat a, k, ℓ, n positieve, gehele getallen zijn. Bewijs dat geldt:

$$k \equiv \ell \pmod{n} \Rightarrow a^k \equiv a^\ell \pmod{(a^n - 1)}.$$

- (4) Als een stuiterbal op de grond valt, wordt het contactoppervlak beschreven door een cirkel. De straal r van deze cirkel willen we modelleren in termen van de straal R van de (onvervormde) stuiterbal, de snelheid V van de stuiterbal net voor de stuit, de massa m van de stuiterbal, en de elastische eigenschappen van de stuiterbal, d.w.z. de elasticiteitsmodulus E en de Poisson-factor γ . De dimensie van E wordt gegeven door $[E] = ML^{-1}T^{-2}$, waarbij M , L en T massa, lengte en tijd voorstellen. $[\gamma] = 1$.

In dimensieloze variabelen wordt het model gegeven door

$$\frac{r}{R} = f(\Pi_1, \Pi_2).$$

Bepaal dimensieloze variabelen Π_1 en Π_2 .

- (5) We beschouwen een massa m die aan een veer (met veerconstante k) hangt. De verplaatsing $y(t)$ van een massa wordt beschreven door

$$m y''(t) = -k y$$

voor $t > 0$. Op tijd $t = 0$ geldt $y(0) = 0$ en $y'(0) = v_0$.

- (a) Bepaal de dimensie van de veerconstante k .
 (b) We schalen de tijd t en verplaatsing y volgens

$$t = t_c s \quad \text{en} \quad y = y_c u$$

waarbij t_c en y_c constant zijn; de nieuwe variabelen s en u zijn dimensieloos.

Beschrijf het massa-veerprobleem (inclusief beginvoorwaarden) in termen van u en s . Welke twee dimensieloze kentallen treden hierbij op?

- (c) Bepaal t_c en y_c op basis van de vuistregels uit Holmes' boek.

- (6) In de VS krijgt 56% van alle kinderen zakgeld en krijgt 41% van alle kinderen zakgeld *en* moet klusjes doen in en om het huis. Welk percentage van kinderen die zakgeld krijgen moet klusjes doen?

- (7) De meest voorkomende vorm van kleurenblindheid (dichromatisme) is een erfelijke geslachtsbepaalde ziekte als gevolg van een fout op de X chromosoom. Het komt derhalve vaker voor bij mannen dan bij vrouwen; 7% van Westerse mannen zijn kleurenblind, t.o.v. slechts 0.5% van de Westerse vrouwen. Ga ervan uit dat de populatie voor 50% uit mannen en 50% uit vrouwen bestaat.

- (a) Bepaal het percentage kleurenblinde personen in de algehele Westerse bevolking.
 (b) Laat zien dat 93% percent van alle Westerse kleurenblinden mannen zijn.
 (c) Een studie wil erachter komen of de prevalentie percentages (7% in mannen en 0.05% in vrouwen) hetzelfde is in Azië.
 (i) Bepaal de nul en de alternatieve hypotheses.
 (ii) De studie is uitgevoerd op 50 willekeurig geselecteerde kleurenblinde Aziaten uit een database. Het blijkt dat alle 50 man zijn. Neem het aantal mannen onder de 50 geselecteerde kleurenblinde Aziaten als test-statistiek. Bepaal de p-waarde.
 (iii) Gegeven de p-waarde, besluit of je de nul hypothese accepteert of verwierpt.
 (iv) Wat is je conclusie met betrekking tot de oorspronkelijke onderzoeksvraag?